СОГЛАСОВАНО Руководитель центра «Точка Роста» ____________В.В.Бескровная «01» ____09____ 2023 г.	УТВЕРЖДАЮ: Директор МКОУ СОШ №10 с. Каменная Балка ____________М.В. Дьяченко Приказ №13 «01» 09. 2023 г.

Рабочая программа
дополнительного образования по математике
" Общие методы решения неравенств"
для обучающихся 10-11 классов

Учитель:
Симашева Н.А.

Пояснительная записка

Курс «Общие методы решения неравенств» является предметно-ориентированным и предназначен для расширения теоретических знаний и практических навыков обучающихся.

Программа предусматривает решение математических задач, которые способствует развитию навыков рационального мышления и способов выражения мысли (точность, полнота, ясность и т. п.), интуиции – способности предвидеть результат и предугадать путь решения.

Решение неравенств – один из сложных разделов школьного курса математики. Существует много методов решения неравенств. Однако актуализация не приведённых в систему знаний ведёт к механическому заучиванию и кратковременному запоминанию разных приемов решения. Ученики не всегда могут правильно определить, каким именно способом наиболее рационально решать конкретное неравенство.

Предлагаемый курс освещает намеченные, но не проработанные в общем школьном курсе математики, вопросы решения неравенств повышенного уровня сложности. В школьных учебниках рассматривается только метод интервалов, используемый чаще всего для решения простейших рациональных неравенств.

Сравнительный анализ содержания школьных программ, позволяет выявить пробел, который может быть заполнен содержанием курса «Общие методы решения неравенств».

Материал данного курса поможет показать преимущества общих методов решения неравенств – это краткость, быстрота, надёжность, которые особенно ярко видны при решении неравенств повышенной сложности, содержащих разные функции.

Методологической основой курса явились основные положения теории научного познания, теории деятельностного подхода в обучении, принципы дидактики: научности, систематичности и последовательности, сознательности и активности, наглядности

Цель курса – сформировать понимание необходимости знания обобщённых методов решения неравенств, показав широту их применения для решения разных неравенств, способствовать интеллектуальному развитию учащихся, формированию качеств мышления, необходимых человеку в современном обществе, для общей социальной ориентации.

Задачи:

- углубление, расширение и систематизация знаний учащихся о методах решения неравенств;
- овладение системой знаний для целостного осмысления свойств неравенств и их особенностей;
- формирование познавательных, коммуникативных и информационных компетенций.

Содержание программы

1. Обобщённый метод интервалов. (20ч) Применимость метода интервалов для решения рациональных, иррациональных, трансцендентных, комбинированных неравенств

2.Метод рационализации (28ч) Когда применяется метод рационализации. Общее правило рационализации. Формулы метода рационализации Метод рационализации в показательных неравенствах. Метод рационализации в логарифмических неравенствах. Решение неравенств смешанного типа

3. Метод мажорант (метод минимакса) (18часов). Признаки присутствия в задаче мажоранты. Математическая модель для неравенства, решаемого методом мажорант (метод оценки). Схема решения.

4. Итоговое занятие (2ч)

Планируемые результаты

Учащиеся должны знать:

1) алгоритм классического метода интервалов;
2) свойство рациональной функции, на котором основан метод интервалов;
3) алгоритм обобщённого метода интервалов;
4) определение точек чётной и нечётной кратности;
5) определение нулей функции;
6) определение точек разрыва;
7) нетрадиционный алгоритм решения неравенств методом интервалов;
8) определение целого рационального неравенства;
9) определение дробного рационального неравенства.

Учащиеся должны уметь:

1) применять приёмы нахождения нулей функции, точек разрыва, точек чётной и нечётной кратности;
2) решать рациональные неравенства обобщённым методом интервалов;
3) решать рациональные и дробные рациональные неравенства обобщённым методом интервалов;
4) раскладывать на множители;
5) осуществлять выбор одного правильного ответа из предложенных.

2. *Неравенства, содержащие модули и иррациональные выражения*. (3ч) Схема решения неравенств обобщённым методом интервалов. Некоторые нюансы в определении знака и особенности упрощенной записи. Решение неравенств, содержащих модули и иррациональные выражения обобщенным методом интервалов. Проверочная работа.

Основная цель: Выработать умение решать неравенства, содержащие модули, иррациональные выражения обобщённым методом интервалов.

Учащиеся должны знать:

1) определение модуля;
2) определение арифметического корня натуральной степени;
3) схему решения неравенств, содержащих модули и иррациональные выражения обобщённым методом интервалов;
4) нюансы, в определении знака неравенства;
5) особенности упрощенной записи неравенства;
6) приёмы решения иррациональных уравнений и уравнений с модулем.

Учащиеся должны уметь:

1) находить область определения функции, содержащей иррациональные выражения;
2) формулировать алгоритм обобщённого метода интервалов, адаптируя его к типу того или иного неравенства;
3) применять приёмы нахождения нулей функции, точек разрыва, точек чётной и нечётной кратности;
4) применять приёмы перехода к упрощённой записи неравенства;
5) решать неравенства, содержащие иррациональные выражения обобщённым методом интервалов;
6) выполнять проверку при решении иррационального уравнения;
7) решать неравенства, содержащие модули обобщённым методом интервалов;
8) решать уравнения с модулем.

3. *Показательные и логарифмические неравенства.*(4ч) Решение показательных неравенств. Примеры неравенств, в процессе решения которых меняется знак. Показательно–степенные неравенства. Метод интервалов для решения показательно-степенных неравенств. Решение логарифмических неравенств.

Основная цель: Выработать умение решать показательные, показательно-степенные и логарифмические неравенства обобщённым методом интервалов.

Учащиеся должны знать:

1) определение и свойства показательной функции, показательно-степенной и логарифмической функции;
2) определение и свойства логарифма;
3) алгоритм решения показательных, показательно-степенных, логарифмических неравенств;
4) приёмы решения показательных и логарифмических уравнений.

Учащиеся должны уметь:

1) находить область определения функции, заданной аналитически;
2) формулировать алгоритм обобщённого метода интервалов, адаптируя его к заданному неравенству;
3) преобразовывать логарифмические неравенства, используя свойства логарифма;
4) применять приёмы проверки решения и приёмы перехода к упрощённой записи неравенства;
5) решать показательные неравенства обобщённым методом интервалов;
6) решать показательно-степенные неравенства обобщённым методом интервалов;
7) решать логарифмические неравенства обобщённым методом интервалов.

4. *Смешанные неравенства и неравенства с параметрами.* (4ч) Решение смешанных неравенств обобщённым методом интервалов. Решение сложных комбинированных неравенств. Решение неравенств с параметрами методом интервалов. Контрольная работа.

Основная цель: Выработать умение решать смешанные, сложные комбинированные неравенства и неравенства с параметрами обобщённым методом интервалов.

Учащиеся должны знать:

1) алгоритм обобщённого метода интервалов;
2) определение точек чётной и нечётной кратности;
3) определение нулей функции;
4) определение точек разрыва;
5) нюансы, в определении знака неравенства;
6) особенности упрощенной записи неравенства.

Учащиеся должны уметь:

1) находить область определения функции, заданной аналитически;
2) применять приёмы нахождения нулей функции, точек разрыва, точек чётной и нечётной кратности;
3) применять приёмы проверки решения и приёмы перехода к упрощённой записи неравенства;
4) устанавливать внутрипредметные связи при решении комбинированных неравенств;
5) использовать опорные и ключевые задачи;
6) осуществлять выбор одного правильного ответа из предложенных.

Учащиеся должны уметь.

По окончании обучения учащиеся должны *иметь представление* об обобщённом методе интервалов, как об универсальном методе, позволяющем решать практически любые неравенства разного уровня сложности. Учащиеся должны *владеть* системой знаний о методе и *уметь применять* алгоритм обобщённого метода интервалов для решения любых неравенств.

Учащиеся должны иметь опыт работы, для формирования познавательных, информационных, коммуникативных компетенций:

1) получать информацию из разных источников для собственного развития;
2) составлять алгоритмы;
3) осуществлять рефлексию своей деятельности, выбирая уровень сложности задания;
4) вести диалог, беседу, взаимодействовать в группе для достижения результата.

Тематическое планирование

№	Название темы	Кол-во часов
1	Обобщённый метод интервалов	20
2	Метод рационализации	28

3	Метод мажорант	18
4	Итоговое занятие	2
	Итого	**68**

Календарно- тематическое планирование

№	**Тема занятия**	**Кол-во часов**	**Дата**
Обобщённый метод интервалов (20 ч.)			
1-3	Решение рациональных неравенств	3	
4-6	Решение иррациональных неравенств	3	
7-10	Решение показательных неравенств	4	
11-14	Решение трансцендентных неравенств	4	
15-18	Решение комбинированных неравенств	4	
19-20	Зачетная работа по теме	2	
Метод рационализации (28 ч.)			
21-23	Когда применяется метод рационализации. Общее правило рационализации. Формулы метода рационализации	3	
24-28	Метод рационализации в показательных неравенствах	5	
29-36	Метод рационализации в логарифмических неравенствах	8	
37-39	Метод рационализации для логарифмов в общем виде	3	
40-42	Общий случай метода рационализации	3	
43-46	Решение неравенств смешанного типа	4	
47-48	Зачетная работа по теме	2	
Метод мажорант ((18 ч.)			
49	Признаки присутствия в задаче мажоранты	1	
50-51	Математическая модель для неравенства, решаемого методом мажорант. Схема решения	2	
52-62	Примеры решения заданий	11	
63-66	Зачетная работа по теме	4	
67-68	Итоговое занятие	2	
	Итого	**68**	

Система оценивания знаний

Аттестация проводится с целью определения соответствия достигнутого обучающимися результата планируемым.

Итоговый контроль проводится в форме *контрольной работы*, предполагающей развёрнутое решение неравенств обобщенным методом интервалов по всем темам курса

Приложения

Приложение 1.

Тест для проверки теоретических знаний по теме «Решение рациональных и дробно-рациональных неравенств».

Укажите все необходимые действия(1,2)

1. Чтобы решить целое рациональное неравенство вида $f(x) \leq 0$ необходимо:
   1) найти нули функции $f(x)$;
   2) найти точки разрыва функции $f(x)$;
   3) нанести нули функции $f(x)$ на координатную прямую и определить знаки функции на полученных промежутках;
   4) нанести точки разрыва функции $f(x)$ на координатную прямую и определить знаки функции на полученных промежутках;
   5) записать промежутки, на которых функция не положительна;
   6) записать промежутки, на которых функция отрицательна;
   7) записать промежутки, на которых функция положительна.

2. Чтобы решить дробное рациональное неравенство вида $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ необходимо:
   1) найти нули функции $f(x)$;
   2) найти нули функции $g(x)$;
   3) отметить на координатной прямой нули функции $f(x)$ «заштрихованными» кружочками, а нули функции $g(x)$ - «пустыми»;
   4) отметить на координатной прямой нули функции $f(x)$ «пустыми» кружочками, а нули функции $g(x)$ - «заштрихованными»;
   5) отметить на координатной прямой нули функции $f(x)$ и нули функции $g(x)$ «заштрихованными» кружочками;
   6) записать промежутки, на которых функция $F(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ положительна;
   7) записать промежутки, на которых функция $F(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$ не отрицательна.

3 *Установите соответствие:*

Неравенство

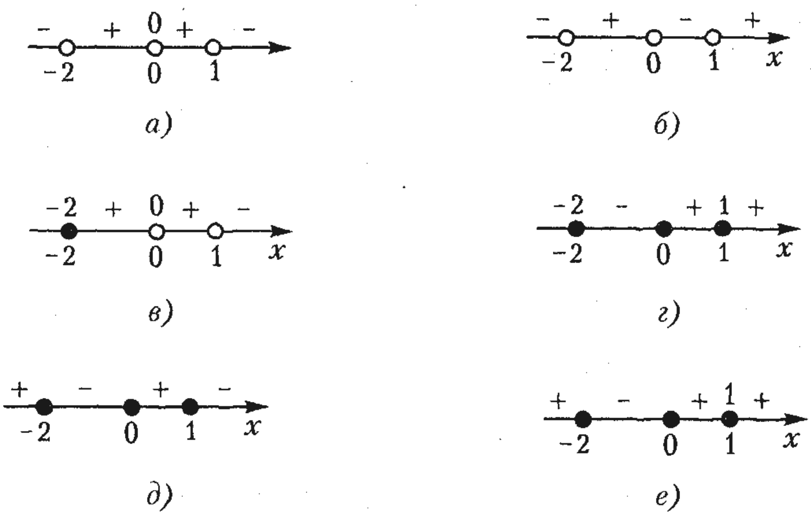
1) $x(x-1)(x+2)>0$;

3) $\frac{x^2(1-x)}{(x+2)^5} < 0$;

2) $x^3(x-1)^2(x+2)^4 \geq 0$

4) $\frac{(x+2)^4}{x^2(1-x)} \leq 0$

рисунок



решение (ответ)

ж) $\{-2\}\cup(1;\ +\infty)$;

з) $[-2;\ 0]\cup\{1\}$;

и) $(-2;\ 0)\cup(1;\ +\infty)$;

к) $\{-2\}\cup[0;\ +\infty)$;

л) $(-\infty;\ -2)\cup(1;\ +\infty)$;

м) $[-2;\ 0]\cup[1;\ +\infty)$.

Ответы

Номер задания	1	2	3
Вариант правильного отвена	1; 3; 5.	1; 2; 3; 7.	1 – б – и, 2 – г – к, 3 – а – л, 4 – в – ж.

Приложение 2.

Самостоятельная работа по карточкам с последующей проверкой по листам самопроверки по теме «Решение рациональных и дробно-рациональных неравенств».

Карточка 1.

№1 Найти целые решения неравенства $\left(\frac{-x}{x-5}\right)^2+\frac{-10x}{0,2(5-x)^2(x+5)}\le\frac{1}{0,2x+1}$.

№2 Решить неравенство $\frac{(3x^2-2x+3)}{(4x^2-7x+9)}>1$

Карточка 2.

№1 Решить неравенство $(x+3)(3x-2)^5(7-x)^3(3x+8)^2<0$

№2 Решить неравенство $\frac{(-x^2-7x-6)}{(x^2+4x+4)}>0$

Карточка 3.

№1 Решить неравенство $\frac{x^2+2x+1}{x^2-x-6} \geq 0$

№2 Решить неравенство $\frac{2}{x+2}+\frac{2}{3x-1} \geq \frac{3}{2x-3}$

Карточка 4.

№1 Решить неравенство $x^8+9x^6+6x<6x^7+x^2+9$.

№2 Решить неравенство $\frac{1}{x^2+2x+1} \leq \frac{5x-6}{(x^2+4x+3)(x^2-x-2)}$

Лист самопроверки к карточке 1.

№1 Найти целые решения неравенства $\left(\frac{-x}{x-5}\right)^2+\frac{-10x}{0,2(5-x)^2(x+5)} \leq \frac{1}{0,2x+1}$.

Решение:

$$\frac{x^2}{(x-5)^2}-\frac{50x}{(x-5)^2(x+5)}-\frac{5}{(x+5)} \leq 0,$$

$$\frac{x^2(x+5)-50x-5(x-5)^2}{(x-5)^2(x+5)} \leq 0, \frac{x^3+5x^2-50x-5x^2+50x-125}{(x-5)^2(x+5)} \leq 0,$$

$$\frac{x^3-125}{(x-5)^2(x+5)} \leq 0.$$

Рассмотрим функцию: $f(x)=\frac{x^3-125}{(x-5)^2(x+5)}$.

Найдём нули: $x^3-125=0$, $x=5$.

Точки разрыва: $(x-5)^2=0$, $x_{1,2}=5$ и $x+5=0$, $x=-5$.

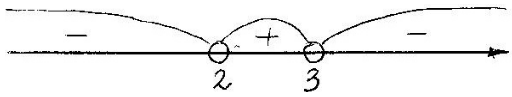
Так как функция не положительна, то решением данного неравенства является промежуток: $(-5; 5)$.

Запишем целые решения неравенства: - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.

Ответ: $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$.

№2 Решить неравенство $\frac{(3x^2-2x+3)}{(4x^2-7x+9)}>1$

Решение. Преобразуем неравенство следующим образом: $\frac{(3x^2-2x+3)}{(4x^2-7x+9)}-1>0 \Rightarrow \frac{(-x^2+5x-6)}{(4x^2-7x+9)}>0$. Числитель и знаменатель нужно разложить на множители, для этого их приравняем к нулю: $(x^2-5x+6)=0$, $(4x^2-7x+9)=0$. Корни первого уравнения 2 и 3. Второе уравнение корней не имеет. Значит, числитель раскладывается на множители следующим образом: $(-x^2+5x-6)=-(x-2)(x-3)$, а знаменатель на линейные множители не раскладывается. Запишем неравенство в таком виде: $\frac{-(x-2)(x-3)}{(4x^2-7x+9)}>0$. Отмечаем на числовой прямой точки 2 и 3 и выбираем нужные промежутки.

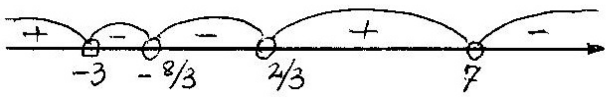


Ответ: (2;3).

Лист самопроверки к карточке 2.

№1 Решить неравенство $(x+3)(3x-2)^5(7-x)^3(3x+8)^2<0$

Решение. Пункты 1), 2), 3) уже выполнены. Отмечаем на числовой прямой точки $-3,-8/3,2/3,7$. При $x>7$ выражение отрицательно, положительны все сомножители, кроме одного: $(7-x)^3$ При переходе через точки $-3,2/3,7$ знак выражения меняется (линейные сомножители в нечетной степени), а при переходе через точку$(-8/3)$знак не меняется (особая точка).

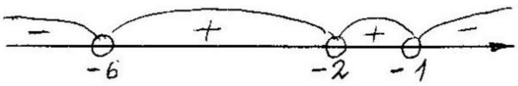


Включаем в ответ все промежутки, на которых левая часть неравенства отрицательна.

Ответ: $(-3;-8/3)\bigcup(-8/3;2/3)\bigcup(7;+\infty)$

№2 Решить неравенство $\frac{(-x^2-7x-6)}{(x^2+4x+4)}>0$

Решение. Числитель и знаменатель нужно разложить на множители, для этого их приравняем к нулю: $(-x^2-7x-6)=0$,$(x^2+4x+4)=0$. Корни первого уравнения -1 и -6, второе уравнение имеет один корень -2. Но правильнее в данном случае говорить, что оно имеет два одинаковых корня, поэтому, данный квадратный трехчлен разлагается на два одинаковых сомножителя $(x^2+4x+4)=(x+2)(x+2)=(x+2)^2$. В этом случае, что уравнение имеет корень чётной кратности. Получаем: - $\frac{(x+1)(x+6)}{(x+2)^2}>0$. Отмечаем на числовой прямой точки: -6, -2, -1.



Расставим знаки, учитывая, что при $x > -1$ выражение отрицательно, а при переходе через точку -2 знак не меняется. Остается выбрать нужные промежутки.

Ответ: (-6;-2)∪(-2;-1).

Лист самопроверки к карточке 3.

№1 Решить неравенство $\frac{x^2+2x+1}{x^2-x-6} \geq 0$

Решение. Числитель и знаменатель нужно разложить на множители, для этого их приравняем к нулю: $(x^2+2x+1)=0$,$(x^2-x-6)=0$. Первое уравнение имеет два одинаковых корня, -1, корни второго уравнения -2 и 3.Раскладываем числитель и знаменатель на множители: $(x^2+2x+1)=(x+1)(x+1)=(x+1)^2$,

$$(x^2-x-6)=(x+2)(x-3).$$

Получаем неравенство: $\frac{(x+1)^2}{(x+2)(x-3)} \geq 0$. Отмечаем на числовой прямой "выколотые" точки -2 и 3 и особую точку -1.

Расставим знаки, учитывая, что при$(x>3)$ выражение положительно, а при переходе через точку -1 знак не меняется. Не забудем включить в ответ особую точку -1. Ответ: $(-\infty;-2)\bigcup\{-1\}\bigcup(3;+\infty)$

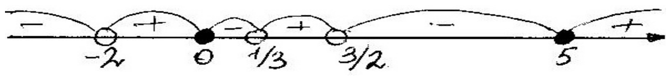
№2 Решить неравенство $\frac{2}{x+2}+\frac{2}{3x-1} \geq \frac{3}{2x-3}$

Решение. Переносим все члены неравенства в левую часть и приводим к общему знаменателю. После приведения подобных членов получаем следующее дробно-рациональное выражение: $(x^2-5x)/(x+2)(3x-1)(2x-3) \geq 0$

Раскладывая числитель на множители, получим: $\frac{x(x-5)}{(x+2)(3x-1)(2x-3)} \geq 0$.

Теперь отмечаем на числовой прямой точки: -2, 0, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{2}$, 5 нули знаменателя, "выколотые" точки, нули числителя, так как неравенство нестрогое.

Приx>5 выражение положительно. Так как все сомножители первой степени, то знак меняется во всех точках.



Осталось выбрать нужные промежутки.

Ответ: $(-2;0]U\left(1/3;3/2\right)U[5;+\infty)$

Лист самопроверки к карточке 4.

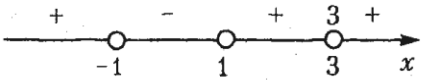
№1 Решить неравенство $x^8+9x^6+6x<6x^7+x^2+9$.

Запишем неравенство в виде $x^8-6x^7+9x^6-x^2+6x-9<0$,

$\left(x^2-6x+9\right)\left(x^6-1\right)<0$, $(x-3)^2\left(x^6-1\right)<0$.

Рассмотрим функцию: $f(x)=(x-3)^2\left(x^6-1\right)$.

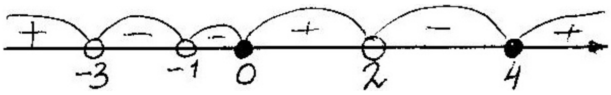
Найдём нули функции, решив уравнение $(x-3)^2\left(x^6-1\right)=0$, $x_{1,2}=3$, $x_{3,4}=\pm1$.



Ответ: $(-1;\,1)$.

№2 Решить неравенство $\frac{1}{x^2+2x+1}\le\frac{5x-6}{(x^2+4x+3)(x^2-x-2)}$

Решение. Перенесем все в левую часть и приведем к общему знаменателю, разложив предварительно квадратные трехчлены на сомножители: $\frac{(x+3)(x-2)-5x+6}{(x+1)^2(x+3)(x-2)}\le 0$ и после преобразований получим $\frac{x(x-4)}{(x+1)^2(x+3)(x-2)}\le 0$. Отметим нули числителя и знаменателя на числовой прямой: точки 0 и 4 – «заштрихованные», точки -1,-3, и 2 - "выколотые". Расставим знаки, учитывая, что на самом правом промежутке левая часть положительна, и знак меняется во всех отмеченных точках, кроме -1.



Ответ: $(-3;-1)\cup(-1;0]\cup(2;4]$

Приложение 3.

Разноуровневая домашняя работа по теме «Решение рациональных и дробно-рациональных неравенств».

(*вариант* А).

Решите следующие неравенства:

1. $(6x^2-12x)(x+4)<0$ Ответ: $(-\infty;0)\cup(2;4)$
2. $(x^2-3x-4)(x^2+x-12)<0$ Ответ: $(-4;-1)\cup(3;4)$
3. $(x^2+4x+5)(x^2-4x+3)(x-1)<0$ Ответ: $(-\infty;1)\cup(1;3)$
4. $(13x-2x^2)(4x-x^2)<0$ Ответ: $(4;\,6{,}5)$

5. $\frac{(x+1)(x-2)^3}{x+3} < 0$ Ответ: $(-\infty; -3) \cup (-1; 2)$

(*вариант* В).

Решите следующие неравенства:

1. $\frac{(x-1)^2(x+3)^3}{x^2} \leq 0$ Ответ: $[-\infty; -3] \cup 1$
2. $\frac{(10-5x)^2}{(-1-x)^4(2x-12)^2} \leq 0$ Ответ: $\{2\}$.
3. $\frac{x^2+6x-7}{x^2+1} \leq 0$ Ответ: $(-\infty;+\infty)$.
4. $\frac{x^2(x+2)(x^2+1)(x+4)}{(x-1)^3(x-3)(x+4)} < 0$ Ответ: $(-\infty; -4) \cup (-4; -2) \cup (1; 3)$
5. $\frac{(x-4)^3(x+2)(x+1)^2(x-1)}{(x-4)(x-3)x} \leq 0$

Ответ: $(-\infty; -2] \cup \{-1\} \cup (0; 1] \cup (3; 4) \cup (4; +\infty)$

6. $\frac{x^2-5x+7}{-2x^2+3x+2} > 0$ Ответ: $(-1/2;2)$
7. $\frac{x^4+x^2+1}{x^2-4x-5} < 0$ Ответ: $(-1;5)$
8. $\frac{(4-x)^4(3x+24)(x-1)^3}{(x-6)^5(x-5)(-12-x)x^2} \leq 0$ Ответ: $(-\infty;-12)U[-8;1]U(4)U(5;6)$

Приложение 4.

Контрольный тест по теме «Решение рациональных и дробно-рациональных неравенств».

№	Задания	Варианты ответов
1.	Наименьшее целое решение неравенства $(1-x\sqrt{2})^2+(2-x\sqrt{7})^2 \leq (1-3x)^2$ равно	1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) -2; 5) -3
2.	Количество целых отрицательных чисел, не являющихся решениями неравенства $\frac{(x+3)^2}{-(2x+5)} > 0$, равно	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 5; 5) 6
3.	Среднее арифметическое целых чисел, не удовлетворяющих условию $(x^2+3x+1)(x^2+3x-3) \geq 5$, равно	1)-1,5; 2)-3; 3)3; 4)4,5; 5)18
4.	Длина отрезка, являющегося решением неравенства $x^4+3x^3+2x^2+3x \leq -1$, равна	1) 3; 2) 6; 3) 6 - $2\sqrt{5}$; 4) $2\sqrt{5}$; 5) $\sqrt{5}$
5.	Среднее арифметическое неположительных решений неравенства $x^3+4 \geq x^2+4x$ равно	1)-3; 2)-1,5; 3)-1; 4)-2; 5)-0,5

6.	Количество отрицательных решений неравенства $\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}>\frac{6}{x^3}$ равно	1) 14; 2) 11; 3) 3; 4) 1; 5) 2
7.	Количество целых решений неравенства $-\frac{15}{x^2}-\frac{16}{x^4}<-1$ равно	1) 6; 2) 7; 3) 4; 4) 2; 5) 14
8.	Количество целых неотрицательных решений неравенства $x^3+2>2x^2+x$ равно	1) 2; 2) 1; 3) 13; 4) 4; 5) 11
9.	Количество целых неотрицательных чисел, не принадлежащих области определения функции $y=\sqrt{\frac{3-x}{-1+3x-2x^2}}$, равно	1) 8; 2) 4; 3) 1; 4) 3; 5) 2
10.	Количество целых чисел, не принадлежащих области определения функции $f(x)=\sqrt{\frac{x^2-3x-10}{x^4-9x^2}}$ равно	1) 6; 2) 5; 3) 4; 4) 3; 5) 10

Ответы

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Номер правильного ответа	2	3	1	5	3	5	1	2	4	3

Приложение 5.

Тест для проверки теоретических знаний по теме «Неравенства, содержащие модули, иррациональные выражения»

1. Чтобы найти решение неравенства $|f_1(x)|-|f_2(x)|\geq g(x)$, необходимо:

1) найти нули функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$;
2) найти нули функций $f_1(x)$, $f_2(x)$ и $g(x)$;
3) нанести нули функций на координатную прямую и записать все полученные промежутки;
4) нанести нули функций на ОДЗ неравенства и записать все полученные промежутки;
5) на каждом промежутке раскрыть модули и решить полученные неравенства;
6) записать решение исходного неравенства, находя пересечение множеств решений неравенств на всех промежутках;
7) записать решение исходного неравенства, объединив решения неравенств на всех промежутках.

2. Чтобы решить неравенство $\sqrt{f(x)}\geq g(x)$ методом интервалов, необходимо:

1) записать неравенство в виде $\sqrt{f(x)}-g(x)\geq 0$;
2) найти нули функций $f(x)$ и $g(x)$;
3) найти нули функции $F(x)=\sqrt{f(x)}-g(x)$;
4) найти область определения функций $f(x)$ и $g(x)$;
5) найти область определения функции $F(x)=\sqrt{f(x)}-g(x)$;
6) нанести нули функции на её область определения;
7) установить знаки функции на полученных промежутках;
8) записать все промежутки, на которых рассматриваемая функция положительна;
9) записать все промежутки, на которых рассматриваемая функция не отрицательна.
Ответы: **1.** 1; 4; 5; 7 **2.** 1; 3; 5; 6; 7; 9.

Приложение 6.

Проверочная работа по теме: Рациональные неравенства, неравенства, содержащие корни и модули.

1 вариант

1. $\dfrac{(x+3)^2(x^2+x+1)}{(4-x)x}\geq 0.$ Ответ: $\{-3\}\cup(0;4)$.
2. $(x-5)\sqrt{x+1}<0$ Ответ: $[1;\infty)$.
3. $\dfrac{\sqrt{x+3}}{x-2}\geq 0$ Ответ: $\{-3\}\cup(2;\infty)$.
4. $\dfrac{\sqrt{x^2-6x}}{4x-28}\leq 0$ Ответ: $(-\infty;0]\cup[6;7)$.
5. $x^2-5|x|+6<0$ Ответ: $[-3;-2]\cup[2;3]$.
6. $\dfrac{|x+3|+x}{x+2}>1$ Ответ: $(-5;-2)\cup(-1;\infty)$.
7. $\left(x+\dfrac{4}{x}\right)\cdot\left(\dfrac{\sqrt{x^2-8x+16}-1}{\sqrt{6-x}-1}\right)^2\geq 5\cdot\left(\dfrac{\sqrt{x^2-8x+16}-1}{\sqrt{6-x}-1}\right)^2$

Ответ: $0<x\leq 1,\ x=3,\ 4\leq x<5,\ 5<x\leq 6$

2 вариант

1. $\dfrac{(2x+3)(x^2-2x-3)}{2x^2+7x+6}\geq 0.$ Ответ: $(-2;-3/2)\cup(-3/2;-1]\cup[3;+\infty)$.
2. $(x-2)\sqrt{x^2+3x+4}>0$ Ответ: $(2;\infty)$.
3. $\dfrac{2x+10}{\sqrt{x^2-16}}\geq 0$ Ответ: $[-5;-4)\cup(4;\infty)$.

4. $x^2 - 5|x| - 6 < 0$ Ответ: $(-6;6)$.

5. $\frac{|x-1|-2}{x} \geq 0$ Ответ: $[-1;0) \cup [3;\infty)$.

6. $\frac{|x|+3}{x^2-|x|-12} \leq 1$ Ответ: $(-\infty;-5] \cup (-4;4) \cup [5;\infty)$.

7. $\sqrt{5-x} < \frac{\sqrt{x^3-7x^2+14x-5}}{\sqrt{x-1}}$

Ответ: $1 < x < 2,\ 4 < x \leq 5$

Приложение 7.

Контрольный тест по теме «Решение смешанных неравенств»

№	Задания	Варианты ответов
1.	Наименьшее неотрицательное решение неравенства $2^x + 2^{\|x\|} - 2^{\frac{3}{2}} \geq 0$ равно	1) 0; 2) 0,2; 3) 0,5; 4) 1; 5) 3
2.	Середина промежутка, который образуют решения неравенства $5^2 \cdot 2^x - 10^x + (\sqrt{5})^{2x} - 5^2 > 0$, равна	1) 2; 2) 1,5; 3) 0,5; 4) 5; 5) 1
3.	Наименьшее целое решение неравенства $(x-2)^{x^2-6x+8} - 1 > 0$ равно	1) 3; 2)2; 3)5; 4)4; 5)-4
4.	Сумма целых решений неравенства $\log_2\left(0{,}5\log_{\sqrt{2}} 2 - \log_9 x + \log_{\frac{1}{9}} x\right) < 1$ равна	1) 3; 2) 5; 3) -5; 4) 4; 5) 7
5.	Сумма целых решений неравенства $\|3-x\|^{x^2+7x+12} \leq 1$ равна	1)5; 2)2; 3)6,6; 4)10; 5)15
6.	Множество решений неравенства $\log_{0,5}\left(\log_{\frac{1}{3}} \log_5 x\right) < 0$ имеет вид	1) (1;2); 2) $(1; \sqrt[3]{5})$; 3) $(0; \sqrt[3]{15})$; 4) (-5;1); 5) $(1;+\infty)$
7.	Найдите середину интервала, который образуют решения неравенства $\log_{4x}(x^2 - x - 2) > \log_{4x}(3 + 2x - x^2)$	1) 2,5; 2) 4; 3) 2,75; 4) 1; 5) 3
8.	Среднее арифметическое целых решений неравенства $\frac{\lg^2(3-x) + \sqrt{x-1}}{\lg^2 x - \lg 10} < 0$ равно	1) 1,5; 2) 3; 3) 1; 4) 2; 5) 6
9.	Сумма целых решений неравенства	1) 8; 2) 11; 3) 12; 4) 14; 5) 24

	$\log_{x^2}\frac{4x-5}{\lvert 2-x\rvert} \geq \log_{x^2} x$ равна	
10.	Неравенство $a^{-1}\cdot 2^{2x}-2^{x}-1\leq -3a^{-1}$ имеет хотя бы одно решение при условии, что	1) $a \geq 2$; 2) $a > 1$; 3) $a \in R$; 4) $1<a<7$; 5) $3 \leq a \leq 4$.

Ответы

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Номер правильного ответа	3	5	3	1	2	2	3	1	3	1

Приложение 8.

Итоговая домашняя контрольная работа

1. $\frac{20}{(x-3)(x-4)}+\frac{10}{x-4}+1>0$. Ответ: $x<-2, \ -1<x<3, \ 4<x$.
2. $x^2 3^x - 3^{x+1} \leq 0$. Ответ: $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$.
3. $(x+1)\log_8(x^2+2x-2)<0$. Ответ: $x<-3, \ -1+\sqrt{3}<x<1$.
4. $\frac{\sqrt{2x^2-5x+2}}{2x^2+6x} \leq 0$ Ответ: $-3<x<0, x=\frac{1}{2}, x=2$.
5. $\frac{x^2-1}{\lvert x\rvert-1}>0$. Ответ: $x<-1, -1<x<1, \ x>1$.
6. $\log_2(x^2-4)-3\log_2\frac{x+2}{x-2}>2$. Ответ: $x<-2; x>6$
7. $\frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x+1} \leq x$. Ответ: $[-2;-1) \cup [0;1]$
8. $\frac{\log_2 x-5}{1-2\log_2 x} \geq 2\log_2 x$. Ответ: $x \leq \frac{1}{2}; \ \sqrt{2}<x \leq \sqrt[4]{2^5}$
9. $\frac{\log_{\frac{1}{3}}(2x-7)+\log_3(x-3)}{\sqrt{9-x}} \geq \log_{x-3} 1$ Ответ: (3,5; 4)